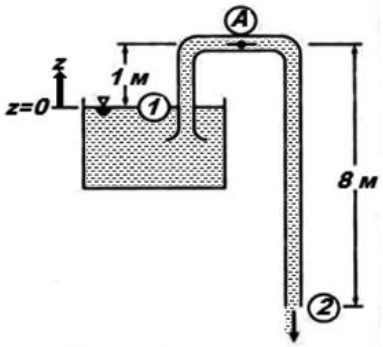
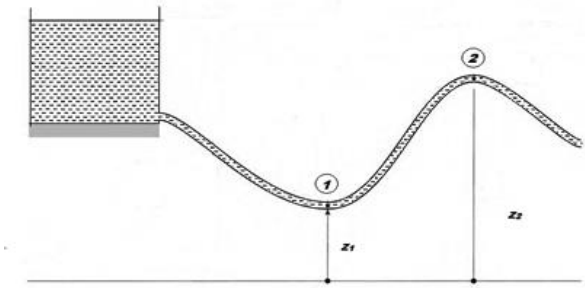
Түтіктің иілген бөлігі су беті деңгейінен 1 м биікте орналасқан, ал түтіктен судың ағып шығатын жері су беті деңгейінен 7 м төменде орналасқан. Түтіктен шыға берістегі ағыс жылдамдығын және түтіктің **А** нүктесіндегі қысымын табыңыз. (Сұйық сығылмайтын, тұрақталған деп қарастырыңыз).



Сурет 97

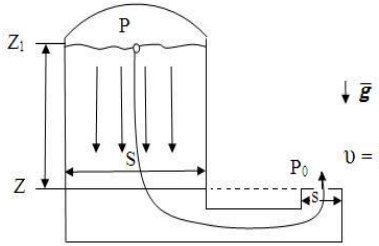
3. Құбыр кедір-бұдырлы жерден жүргізілген (Сурет 98). Құбырдың 2-ші нүктесі 1-ші нүктесінен 7м биіктікте орналасқан. 1 нүктесіндегі қысым 150 Па, 2 нүктесіндегі қысымды есептеңіз.



Сурет 98

4. Көлденең қимасы өзгермелі горизонталь орналасқан каналдан ауа ағып өтеді (Сурет 99). Ауаны сығылмайтын деп қарастырыңыз. Каналдың кіре берісінде көлденең қиманың (1-ші қима) ауданы 0.1 м^2, каналдың шыға берісінде көлденең қимасының (2-ші қима) ауданы 0.02 м^2. Каналдың шыға берісіндегі жылдамдық 50 м/с болуы үшін, кіре берістегі манометрлік қысым қандай болуы керек?

Сурет 99

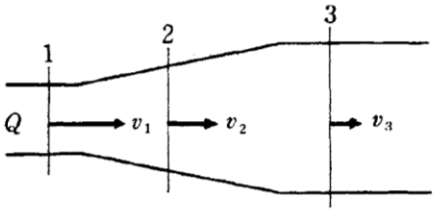


Сурет 100

5. Үлкен ыдыстағы сығылмайтын сұйық ыдыстың түбіне жалғанған кішкентай түтікшеден жоғары қарай ағып шығып жатыр (Сурет 100). Ыдыстағы сұйықтың деңгейі түтікшенің деңгейінен h биіктікте тұр. Ыдыстағы сұйықтың бетіндегі қысымның шамасын P деп алып, ал сырттағы атмосфералық қысым P_0 деп алып, түтікшеден атқылап шығып жатқан сұйық ағыншаның жылдамдығын және ағыншаның қандай биіктікке көтерілетінін табыңыз.

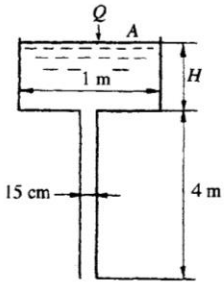
6. Қозғалыстың Эйлер теңдеуін интегралдап орнықталған ағыс үшін Бернулли теңдеуін қорытып шығарыңыз.

7. Көлденең қимасы өзгермелі құбырдың көлемдік шығыны $Q = 800$ л/мин, ал диаметрлері сәйкесінше 50, 60 және 100 мм (Сурет 101). Осы қималардағы v_1 , v_2 және v_3 ағыс жылдамдықтарын есептеңіз.

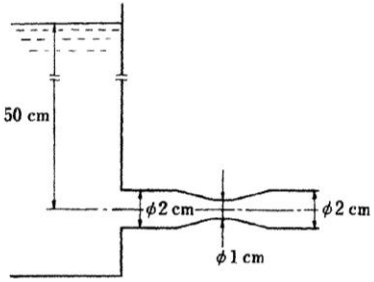


Сурет 101

8. Диаметрі 1 м болатын цилиндрлік ыдысқа $Q = 0.2\ м^3/с$ шығынмен құйылып жатқан су диаметрі 15 см, ұзындығы 4 м болатын түтікше арқылы сыртқа шығады (Сурет 102). Ыдыстағы судың тереңдігі Н-ты табыңыз.



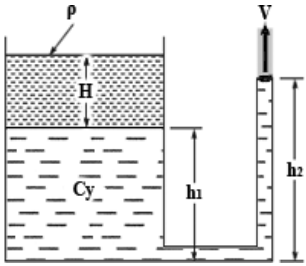
Сурет 102



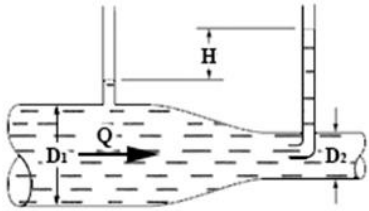
Сурет 103

9. Суретте көрсетілгендей бактағы су 50 см биіктіктен дроссель арқылы ағып шығады (Сурет 103). Шыға берістегі қысымды табыңыз?

10. Сығылмайтын тұтқырсыз сұйық үлкен ыдыстан 3 м/с жылдамдықпен шығып жатыр (Сурет 104). Ыдыстағы судың үстінде орналасқан тығыздығы 801 кг/м^3 болатын сұйық қабатының тереңдігі Н-ты анықтаңыз. h_1=1.2 м, h_2=1.5 м.



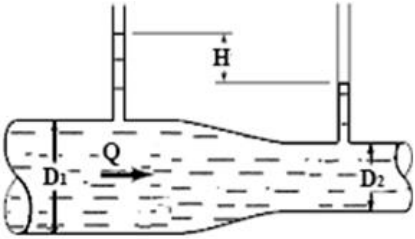
Сурет 104



Сурет 105

11. Су суретте көрсетілгендей қимасы өзгермелі құбырдан ағып өтеді. D_1=0.1 м (Сурет 105). Манометрлердегі су деңгейлерінің айырмашылығы H=0.2 м үшін ағыс шығынын құбырдың кіші диаметрі D_2 –нің функциясы ретінде өрнектеңіз.

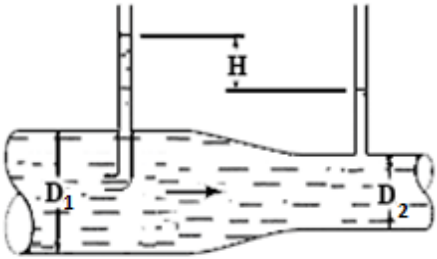
12. Су суретте көрсетілгендей қимасы өзгермелі құбырдан ағып өтеді (Сурет 106). Манометрлердегі су деңгейлерінің айырмашылығы H=0.2 м, құбырдың кіре берістегі көлденең қимасының диаметрі D_1=0.1 м. Ағыс шығынын құбырдың кіші диаметрінің функциясы ретінде өрнектеңіз.



Сурет 106

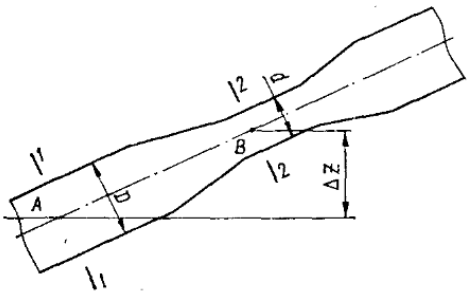
13. Су суретте көрсетілгендей қимасы өзгермелі құбырдан ағып өтеді (Сурет 107). Манометрлердегі су деңгейлерінің айырмашылығы H=0.2 м, құбырдың кіре берістегі көлденең қимасының диаметрі D_2=0.1 м. Ағыс

шығынын құбырдың кіші диаметрінің функциясы ретінде өрнектеңіз.



Сурет 107

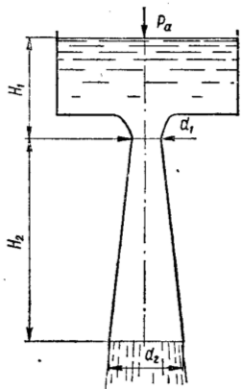
14. Диаметрлері D=50 мм және d=30 мм болатын құбыр қималарындағы қысымдар айырмашылығы Δp=39.2 кПа (Сурет 108). Егер а) құбыр горизонталь орналасқан болса; б) құбыр көлбеу орналасқан болса және 1-1 қимасындағы А нүктесі 2-2 қимасындағы В нүктесінен Δz=1.5 метрге төмен орналасса судың шығыны Q-дың мәнін анықтаңыз.



Сурет 108

15. Су ашық резервуардан диаметрлері d_1 =100 мм және d_2=150 мм, тарылған бөлігінен шыға беріс қимаға дейінгі қашықтығы H_2=1,15 м болатын кеңейетін құбыр арқылы ағып шығады (Сурет 109). а) Жоғарғы резервуардағы H_1-дің қандай мәнінде құбырдың жіңішкерген бөлігіндегі p

толық қысым 49 кПа болады? б) H_1=0.7 м болғанда құбырдың жіңішкерген бөлігіндегі р толық қысымды есептеңіз.

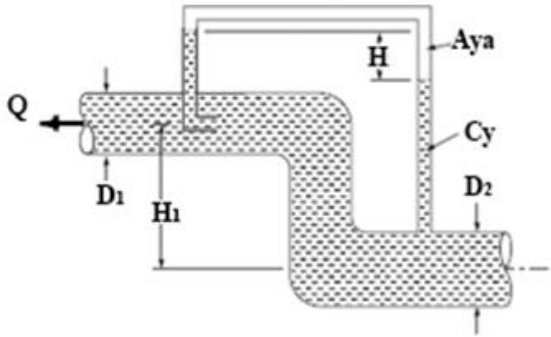


Сурет 109

16. Ұзындығы 10 м, ішкі диаметрі 20 мм тегіс пластик шланг бассейндегі суды ағызу үшін қолданылады (Сурет 110). Егер тұтқырлық әсері ескерілмесе бассейннен ағып шығатын судың шығынын анықтаңыз. H_1=0.2 м, H_2=0.23 м.

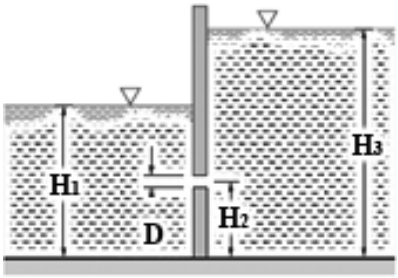
Сурет 110

17. Сығылмайтын тұтқырсыз сұйық ретінде қарастырылатын су тұрақталған түрде құбырдан Q=1.2 $м^3/с$ шығынмен сыртқа ағып жатыр (Сурет 111). Кіреберіс қима диаметрі 0,3 м, шыға беріс қима диаметрі 0.15 м, H_1=0.9 м. Манометрдегі Н - сұйықтар деңгейінің айырмашылығын табыңыз.



Сурет 111

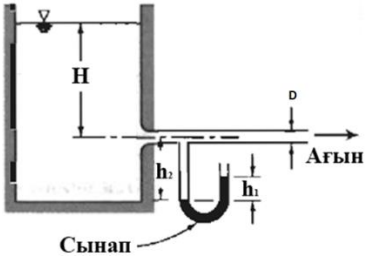
18. Сұйық суретте көрсетілгендей қабырғадағы саңылау арқылы оңнан солға қарай ағады (Сурет 112). Диаметрі D=7,62 см саңылау су түбінен H_2=0.6 м биіктікте орналасқан. Қабырғаның оң жағындағы судың деңгейі H_3=1.8 м, ал сол жағындағы судың деңгейі H_1=1.2 м. Егер сығылу коэффициенті 0.63 болса, онда осы тесіктен ағатын сұйық шығынын анықтаңыз.



Сурет 112

19. Су үлкен ыдыстан диаметрі D=5.08 см болатын түтік арқылы ағып шығады (Сурет 113). Манометрдегі сұйық - сынап. Түтік ыдыстағы судың еркін бетінен H=3.6 м төмен деңгейде орналасқан. Түтікке жалғанған U тәрізді түтікшенің

оң жағындағы сынап деңгейі h_1=15.24 см, сол жағындағы судың деңгейі h_2=0,6 м. Түтіктегі ағыс жылдамдығын және су ыдыстан қандай шығынмен шығатынын есептеңіз.



Сурет 113

3. Сығылмайтын тұтқырсыз сұйықтардың потенциалды ағындары

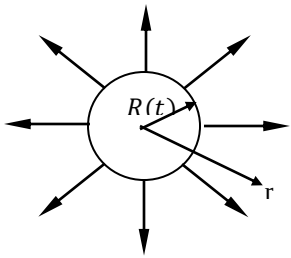
Тұтқырсыз сұйық нобайын (модель) қолданып есеп шығару тұтқырлы сұйық жағдайы үшін қойылатын есептерге қарағанда оңайырақ болып келеді. Мұның себебі аталған жағдайларда қолданылатын дифференциалдық теңдеулердің ретінің әртүрлілігінде емес, сонымен қатар тұтқырсыз сұйықтардың ағысы потенциалды, яғни құйынсыз болып келетіндігінде. Потенциалды ағыстар үшін анықтама бойынша мына шарттар орындалады $\vec{v} = grad\varphi$, $\vec{\omega} = rot\vec{v} = 2\vec{\Omega} = 0$. Томсон және Лагранж теоремаларына сай біртекті сығылмайтын сұйықтың потенциалға ие массалық күштер өрісіндегі қозғалысы кез келген жекелеген көлем үшін потенциалдығын сақтайды. Тыныштық күйінен қозғала бастаған сұйық ағындарының көпшілігі жоғарыдағы шарттар орындалғанда потенциалды болып келеді.

3.1. Осьтік симметриялы потенциалды қозғалыстар

Қандайда бір осьтен өтетін барлық жазықтықтарда бірдей болатын қозғалыстар осьтік симметриялы қозғалыстар деп аталады. Осьтік симметриялы потенциалды ағыстар айналысқа түспейтін ағыстар деп айтылады.

3.1-1-есеп. Кеңейетін сфералық дене

Кеңейетін сфералық дене сығылмайтын сұйыққа батырылған. Оның бетінің теңдеуі қандай да бір тәуелділікпен берілген ($R = R(t)$). Сонда:



Сурет 114

a) сфераның кеңеюінен пайда болған ағыстың жылдамдық потенциалын $\varphi(r)$;

b) қысымның таралуын $p(r,t)$;

c) берілген $R(t) = R_0(1 + \frac{t}{t_0})$ функциясы үшін жылдамдық $u_r(r,t)$ пен қысымның $p(r,t)$ $t = 0$ және $t = 0.5t_0$ уақыт мезеттеріндегі графигін салу керек.

Берілгендері: R_0, t_0, ρ.

Нұсқау: дене бетінде орындалатын кинематикалық шекаралық шартты және $r \to \infty$ жағдайында массаның сақталу заңынан шығатын шартты ескеру керек.

Шешуі

a) Жылдамдық потенциалын табу $\varphi(r)$:

Сфера бетінің теңдеуі мына тәуелділікпен $F(r,t) = r - R(t)$ берілген. Ыңғайлы болу үшін сфералық координаталар жүйесін таңдаймыз. Есеп симметриялы болғандықтан

жылдамдық потенциалы үшін Лаплас теңдеуі мына түрге ие болады

$$\Delta\varphi = 0 = \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial\varphi}{\partial r}\right).$$

Осы теңдеуді бір рет интегралдасақ,

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{C_1(t)}{r^2}.$$

Екінші рет интегралдау арқылы

$$\varphi = -\frac{C_1(t)}{r} + C_2(t) \qquad (1)$$

екендігін аламыз, мұндағы, C_1, C_2 белгісіз функциялар.

Шексіздікте сфера ағынның қозғалысын тудыра алмайды, сондықтан $r \to \infty$ болдғанда $\varphi = 0$ деп ұйғаруға болады, осыдан $C_2(t) = 0$ екендігін аламыз. Сфераның беті арқылы іштен сыртқа және сырттан ішке ешқандай сұйық кірмейтін болғандықтан, сфера бетінде мына шартты қоюға $DF/Dt = 0$ болады. Бұдан:

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \vec{u}\cdot\nabla F = -\dot{R} + u_r\Big|_R \frac{\partial F}{\partial r} = -\dot{R} + \frac{\partial\varphi}{\partial r}\Big|_R = 0,$$

Осы шартты (1) потенциал теңдігіне қойсақ $C_1(t) = \dot{R}R^2$ екендігін аламыз.

Демек $\varphi = -\frac{\dot{R}R^2}{r}$, осыдан жылдамдық векторы:

$$\bar{u} = u_r\bar{\vec{e}}_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{e}_r = \frac{\dot{R}R^2}{r^2}\vec{e}_r.$$

b) Қысымның таралуын есептеу $p(r,t)$.

Бернулли теңдеуі көлемдік күштерді ескермегенде,

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla\varphi\cdot\nabla\varphi+\frac{p}{\rho}=const.$$

түріне ие болады. Туындыларды есептейтін болсақ,

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=-\frac{\ddot{R}R^2}{r}-\frac{2R\dot{R}^2}{r}=-\frac{R}{r}\left(\ddot{R}R+2\dot{R}^2\right),\frac{1}{2}\nabla\varphi\cdot\nabla\varphi=\frac{\dot{R}^2R^4}{2r^4}.$$

Сонда Бернулли теңдеуі келесі түрге ие болады:

$$\frac{R}{r}\left(\ddot{R}R+2\dot{R}^2\right)+\frac{\dot{R}^2R^4}{2r^4}+\frac{p}{\rho}=const,$$

мұндағы Бернулли тұрақтысы шексіздіктегі шекаралық шарттан $p=p_\infty, u_r=0$ анықталады, яғни $const=\frac{p_\infty}{\rho}$. Демек

$$\frac{p_\infty-p}{\rho}=-\frac{R}{r}\left(\ddot{R}R+2\dot{R}^2\right)+\frac{\dot{R}^2}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^4,$$

осыдан сфера бетінің өзгеру заңдылығына сәйкес қысымдар айырымы үшін мынаны аламыз:

$$\frac{p_\infty-p}{\rho}=-2\frac{R_0}{r}\left(1+\frac{t}{t_0}\right)\left(\frac{R_0}{t_0}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{t_0}\right)^2\left(\frac{R_0}{r}\left(1+\frac{t}{t_0}\right)\right)^4,$$

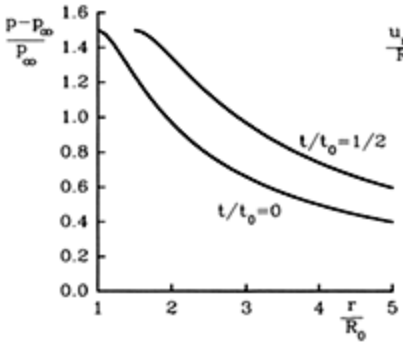
Мынаны $\left(\frac{R_0}{t_0}\right)^2\frac{\rho}{p_\infty}=1$ ескерсек, онда жоғарыдағы теңдік былай жазылады:

$$\frac{p-p_\infty}{\rho}=2\frac{R_0}{r}\left(1+\frac{t}{t_0}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{r}\right)^4\left(1+\frac{t}{t_0}\right)^4,$$

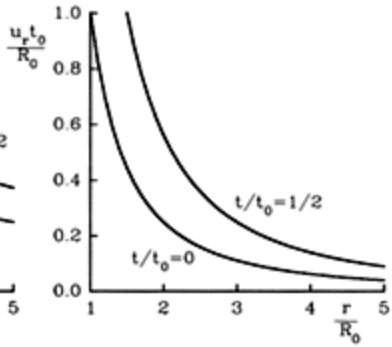
және

$$u_r=\frac{R_0}{t_0}\left(\frac{R_0}{r}\right)^2\left(1+\frac{t}{t_0}\right)^2.$$

с) Жоғарыдағы табылған қысым мен жылдамдық теңдеулері арқылы осы функциялардың графигін саламыз:



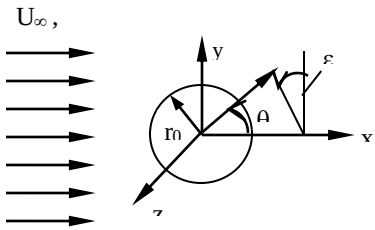
Сурет 115



Сурет 116

3.1-2-есеп. Сфералық денені ағынның ағып өтуі

Радиусы $\boldsymbol{r_0}$ сфералық дене тұтқырсыз сұйықтың құйынсыз тұрақталған ағынына қойылған. Денеден алыс аймақтардағы (шексіздіктегі) сұйықтың қозғалысын біртекті және $\boldsymbol{x}$ осіне параллель деп қарауға болады. Сонда:



Сурет 117

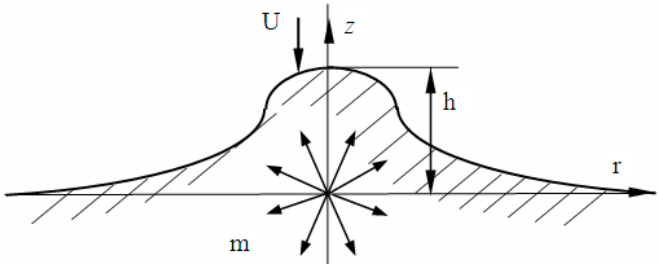
а) ағынның жылдамдық потенциалын φ

b) денеге әсер ететін қорытқы күшті табу керек.

Нұсқау: Есепті шешу үшін сфералық координаталар жүйесіне көшіңіз. Жылдамдық потенциалы φ үшін Лаплас теңдеуін сәйкес шекаралық шарттарда шешіңіз. Есептің осьтік симметриялы (x - симметрия осі: $\frac{\partial\varphi}{\partial\varepsilon} = 0$) екендігін ескеріңіз.

3.1-3-есеп. Айналып тұрған денені сұйықтың ағып өтуі

Суретте көрсетілген дене үстіндегі ағын екі қарапайым ағынның қосындысынан: $z = 0$ жазықтығында айналып тұрған симметриялы ағыстан және координаталар басына орналастырылған нүктелік бұлақтан тұрады (Сурет 118). Сұйық тұтқырсыз және ағын потенциалды деп саналады. Сонда:



Сурет 118

a) дененің айналуынан пайда болған ағыс жылдамдығының потенциалын табу керек;

b) жылдамдық өрісін $\vec{u}(r,z)$ және бұлақтың қуатын m табу керек;

c) ағын функциясын және тұрып қалған аймақтағы ағын сызығын есептей отырып, дене пішінін анықтау керек;

d) координаталар басына орналастырылған ұрадан (m<0, источник) шығып жатқан ағынның тұрып қалған аймағын табу керек және ағын сызықтарын салу керек.

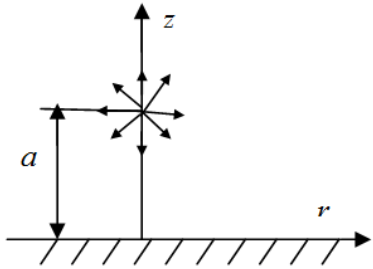
3.1-4-есеп. Өткізбейтін қабырға үстінде орналасқан нүктелік бұлақ

Қатты қабырғадан ($z = 0$ жазықтығы) a қашықтықта қуаты m болатын нүктелік бұлақ орналасқан (Сурет 119). Сонда:

a) ағыстың жылдамдық потенциалын $\varphi(r, z)$;

b) жылдамдық өрісін және қабырғадағы жылдамдықты, тежелу нүктесін;

c) егер тежелу нүктесіндегі қысым p_0 болса, онда қабырғадағы қысымды $p(r, 0)$ анықтаңыз.



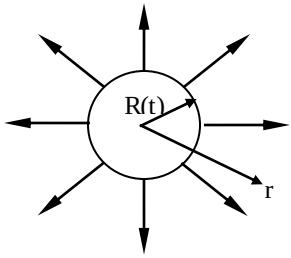
Сурет 119

Нұсқау: Бейнелеу әдісін пайдаланыңыз, $z = 0$ жазықтығынан $-a$ қашықтықта қуаты дәл сондай бұлақ орнатыңыз**.** Содан кейін екі бұлақтың жылдамдық потенциалдарын қосыңыз.

Берілгендері: a, m, p_0, ρ.

3.1-5-есеп. Тұтқырлы және тұтқырсыз сұйықтағы кеңеюші сфера

Радиусы $R = R(t)$ болатын сфералық дененің кеңеюінен туындайтын сығылмайтын сұйықтың тұрақталмаған ағысының потенциалы келесі түрмен анықталады (*3.1-1 есепті қараңыз*):



$$\varphi(r,t) = -\frac{\dot{R}R^2}{r}.$$

Осы жағдайда:

a) сферадан тыс аймақтағы ($R \leq r \leq \infty$) сұйықтың кинетикалық энергиясын есептеңіз;

b) тұтқырсыз сұйықтың массалық күштерді және жылуөткізгіштікті ескермегендегі қозғалысының кинетикалық энергиясының өзгеру жылдамдығы сфераға әсер ететін қысым күштерінің қуатына тең екендігін көрсетіңіз. Шексіздіктегі қысымды нөлге тең деп есептеңіз, яғни $p_\infty = 0$;

c) тұтқырлы сұйықтың жылуөткізгіштікті ескермегендегі ағысында дене бетіне әсер ететін кернеу қуаты ішкі энергияның өзгерісіне тең екендігін көрсетіңіз. Сонымен қатар кинетикалық энергияның өзгеру жылдамдығы қысым күштерінің қуатына тең екендігін көрсетіңіз.

Берілгендері: $R(t)$, ρ, η.

3.2. Жазық потенциалды ағындар

Егер ортаның барлық бөлшектері қандай да бір жазықтыққа (бірлік векторы $\vec{e}$ болатын xy жазықтығы) барлық уақытта параллель қозғалыс жасайтын болса, онда ортаның қозғалысы қазық қозғалыс делінеді. Сығылмайтын

сұйықтың жазық потенциалды ағысының жылдамдық өрісін келесі комплекс айнымалы функциямен $\chi(z) = \varphi(x,y) + i\psi(x,y)$ өрнектеу ыңғайлы, мұндағы, $z = x + iy$ - комплексті айнымалы, $\varphi(x,y)$ - жылдамдық потенциалы, $\psi(x,y)$ - ағын функциясы, $\vec{V} = grad\varphi = rot(\psi\vec{e})$. $\frac{d\chi}{dz}$ туындысы ағын жылдамдығын анықтайды $\frac{d\chi}{dz} = v_x - iv_y$. Сұйық ішінде орналасқан кез келген қисық үшін келесі теңдік орындалады: $\oint_L \left(\frac{d\chi}{dz}\right) dz = \Gamma + iQ$, мұндағы, $\tilde{A} = \int_L \left(v_x dx + v_y dy\right)$ - L сызығы бойынша алынған жылдамдық циркуляциясы, $Q = \int_L \left(v_x dx - v_y dy\right)$ - L сызығы арқылы өтетін сұйықтың шығыны.

Дененің жазық ағында ағуы есептерінде қарастырып отырған аймақ бірбайланысты болмай қалады, сондықтан да осындай есептерді шешкенде жылдамдық циркуляциясының мәні бір нүктеге жиырылмайтын тұйық контур бойынша берілуі тиіс.

3.2-1-есеп. Поршень мен қабырға арасындағы қабаттағы ағыс

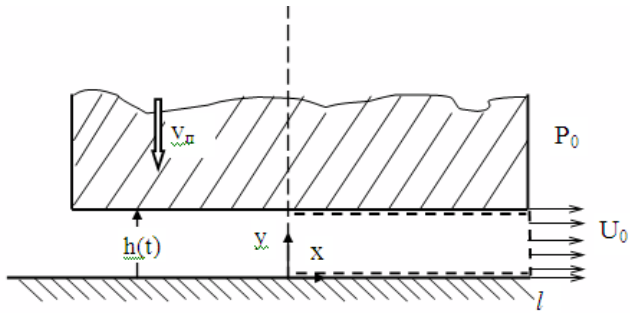
Төмендегі суретте көрсетілгендей поршень қабырғаға қарай тұрақты $v_{\text{П}}$ жылдамдықпен қозғалады. Ағысты жазық, сығылмайтын деп есептеуге болады. Сонда:

a) қозғалып бара жатқан поршень мен қабырға арасындағы ағыстың жылдамдығын табу керек;

b) жылдамдық потенциалы φ мен шығаберістегі жылдамдықты U_0 табу керек;

c) қысымның $p(x,y,t)$ таралуын табу керек. Егер шығаберістегі қысым P_0-ге тең болса: $p(x = l) = P_0$;

d) поршеньге әсер ететін күшті табу керек.



Сурет 120

Берілгендері: $v_{\text{П}}$, $h(t)$, l, P_0.

Нұсқау. Рейнольдс санының үлкен мәнінде $Re = \frac{v_{\text{П}} h}{\nu} \to \infty$ үйкелістің (тұтқырлық) әсерін ескермеуге болады және орта қозғалысын потенциалды деп есептеуге болады. Ағыстың y осіне қатысты симметриялы екендігін ескеріп, қарастырып отырған аймақтың тек жартысын қарастыру керек. Шығаберісте $x = l$ жылдамдықтың мәні тұрақты деп санауға болады: $u = U_0 = const$, және $x = 0$, $x = l$, $y = 0$, $y = h$ беттерінде шекаралық шарт ретінде жылдамдықтың тұрақты мәнін алуға болады. Бұл жылдамдық потенциалын анықтауда тәуелсіз айнымалыларды ажыратуға көмегін тигізеді және жылдамдық потенциалын екі функцияның қосындысы ретінде қарауға алып келеді: $\varphi = f(x) + g(y)$.

Шешуі

а) Ф потенциалдық функциясын және U_0 шығаберістегі жылдамдықты табу.

Лаплас теңдеуі мынадай:

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$$

және жоғарыдағы келтірілген ажырату бойынша мына түрге ие болады:

$$\Phi(x,y) = f(x) + g(y),$$

$$\Delta\Phi = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 0.$$

Потенциал тек x айнымалысынан және тек y айнымалысынан тәуелді функциялардың қосындысы болғандықтан, тек

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = K,$$

жағдайы орындалуы мүмкін.
Мұндағы, K қандай да бір тұрақты. Жоғарыдағы екі жай дифференциалдық теңдеулердің жалпы шешімі мынадай:

$$f(x) = \frac{K}{2}x^2 + C_1 x + A,$$

$$g(y) = -\frac{K}{2}y^2 + C_2 y + B,$$

$$\Phi(x,y) = f(x) + g(y) = \frac{K}{2}(x^2 + y^2) + C_1 x + C_2 y + C_3$$

C_1, C_2, $C_3 = A + B$ – интегралдау тұрақтылары. K, C_1 және C_2 тұрақтылары төмендегі шекаралық шарттан анықталады:

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = Kx + C_1 = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ U_0, & x = 1 \end{cases}$$

$$v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = Ky + C_2 = \begin{cases} 0, & y = 0 \\ v_{\text{П}}, & y = h \end{cases}$$

осыдан $C_1 = C_2 = 0$, сонымен қатар, $Kl = U_0$, $Kh = v_{\text{П}}$, демек,

$$K = \frac{v_{\text{П}}}{h}.$$

Шығаберістегі жылдамдық үшін мынаны аламыз:

$$U_0 = v_{\text{П}} \frac{l}{h}.$$

Осылардан потенциалдық функция $\Phi = \frac{1}{2}\frac{v_{\text{П}}}{h}(x^2 - y^2) + C_3$, және нүкте маңайындағы тұрып қалған ағыс төменнен поршеннің әсерінен туындағанын көруге болады. $a = \frac{v_{\text{П}}}{h}$ және $C_3 = 0$ деп жорамалдап:

$$\Phi = \frac{a}{2}(x^2 - y^2), u = ax, v = ay.$$

b) $p(l, \rho, t) = P_0$ болғандағы қысымның таралуын табу керек $p(x, y, t)$. $h = h(t)$ болғандықтан есеп орнықталмаған болып есептеледі, осы жағдайда Бернулли теңдеуі:

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2}\left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2\right) + p = C \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}\frac{v_{\text{П}}}{h^2}\frac{dh}{dt}(x^2 - y^2) + \frac{1}{2}\left(\frac{v_{\text{П}}}{h}\right)^2 (x^2 + y^2) + \frac{p}{\rho} = C.$$

$\frac{dh}{dt} = -v_{\text{П}}$ теңдігін ескерсек, онда

$$\left(\frac{v_{\text{П}}}{h}\right)^2 x^2 + \frac{p}{\rho} = C.$$

Осыдан қысым y айнымалысынан тәуелсіз болып шығады. Бернулли тұрақтысы жылдамдықтың шыға берістегі белгілі мәні арқылы табылады және мынаған тең:

$$C = \left(\frac{v_{\text{П}}}{h} l\right)^2 + \frac{p_0}{\rho}.$$

Осыны ескере отырып, жоғарыдағы теңдікті

$$p(x,t) = p_0 + \rho \left(\frac{v_{\text{П}}}{h}\right)^2 (l^2 - x^2)$$

түрінде жазуға болады.

с) Поршеньге әсер ететін күш:

$$F_y = -\iint\limits_{(S)} p\vec{n} \cdot \vec{e}_y dS = 2\int\limits_0^l p(x,t)\,dx$$

$$= 2\int\limits_0^l \left[p_0 + \rho \left(\frac{v_{\text{П}}}{h}\right)^2 (l^2 - x^2)\right] dx \Rightarrow$$

$$F_y = 2p_0 l + \frac{4}{3}\rho \left(\frac{v_{\text{П}}}{h}\right)^2 l^3.$$

3.2-2-есеп. Тежелу аймағындағы таралған ағын

Бұл ағын екі қарапайым ағынның қосындысынан: пластинаға келіп тірелетін жазық ағыннан және $x = -L$, $x = L$ пластиналарының арасындағы қарқындылығы q болатын ұрадан тұрады.